

HARMONICKÉ ZKRESLENÍ NAPÁJECÍ SÍTĚ, JEHO DEFINICE, MĚŘENÍ A PRAXE

Doc. Ing. Aleš Richter, CSc., Doc. Ing. Eva Konečná, CSc., Ing. Pavel Rydlo, PhD

Technická Univerzita v Liberci, Fakulta mechatroniky a mezioborových inženýrských studií,
Hálkova 6, Liberec 1, 46117, tel.048 5353252, fax 048 5353112, E-mail:ales.richter@vslib.cz

1. Pohled do historie

Od samého počátku objevu elektrické energie se lidé snažili o její co možná nejefektivnější využití. Zdroj konstantního elektrického proudu vynalezl Volta v roce 1800 (nízkonapěťová baterie). Vyrábět elektrický proud na elektromagnetickém principu se podařilo poprvé Pixiiu v Paříži roku 1832. Za dva roky (1834) zkonstruoval Němec Jacobi první rotační elektrický motor.

Na konci 19. století jsou vydávány první knihy o přenosu elektrické energie. Ve vydání příručky „Electric Transmission of Energy“ z roku 1894 je uvedena známá rovnice pro výkon jednofázového střídavého proudu,

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi \quad (1)$$

a pojem „faktor výkonu“. Vliv fázového posunu mezi proudem a napětím na snížení užitečného elektrického výkonu byl znám od r. 1888, kdy byl v americkém časopise „The Electrical World“ uveřejněn průběh kmitajícího okamžitého výkonu s kladnými i zápornými hodnotami. V roce 1891 poprvé používá v Německu Dolivo-Dobrovodský pro část proudu, nepodílející se na výkonu, pojem „bezvattový proud“. Ve stejné době vzniká myšlenka kompenzace fázového posunu napětí a proud pomocí kondenzátoru a od roku 1893 byl za jednotku elektrického výkonu přijat Watt. Později se newattovému výkonu začalo říkat německy Blindleistung, v anglické literatuře se používalo celkového označení Power Factor. Mezinárodní dohody o definicích elektrického výkonu bylo dosaženo v roce 1930 při zasedání IEC v Norsku, kdy za jednotku jalového výkonu byl zvolen VAr (Volt-Ampere-Reactiv).

Zatímco u čistě sinusových proudů a napětí nebyly problémy s výpočty výkonů, brzy se ukázalo, že u nesinusových průběhů je situace značně složitější. Na nesinusové proudy narazil Heubach a Steinmetz poprvé v roce 1892 při pokusech s elektrickým obloukem a v roce 1905 při měření na dvojpulzním usměrňovači. Steinmetz zjistil, že i při shodném průchodu proudu a napětí nulou je faktor výkonu menší než 1.

V této době byl položen základ matematického popisu, který se dodnes používá.

2. Definice výkonu v soustavě s neharmonickým průběhem proudu a napětí

Okamžitý elektrický výkon ve střídavých soustavách lze obecně definovat jako součin okamžitých hodnot napětí a proudu.

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) \quad (2)$$

Jsou-li průběhy proudu a napětí periodické se stejnou periodou, potom činný výkon je dán střední hodnotou okamžitého výkonu za periodu T . Tento výkon je možné chápat jako průměrný výkon během jedné periody.

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot i(t) dt \quad (3)$$

Pro lepší názornost a srozumitelnost dalšího výkladu si nejdříve uvedeme krátký přehled potřebných matematických výrazů. Průběhy periodických neharmonických napětí a proudů lze pomocí rozkladu do Fourierových řad vyjádřit následovně.

$$u(t) = U_{ss} + \sum_{n=1}^{\infty} U_{\max n} \cdot \sin(n\omega t + \psi_n) \quad (4)$$

$$i(t) = I_{ss} + \sum_{m=1}^{\infty} I_{\max m} \cdot \sin(m\omega t + \psi_m) \quad (5)$$

Vztahy (4) a (5) dosadíme do výrazu pro činný výkon (3), a získáme poměrně složitý výraz.

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T \left\{ I_{ss} \cdot U_{ss} + U_{ss} \sum_{m=1}^{\infty} I_{\max m} \cdot \sin(m\omega t + \psi_m) + I_{ss} \sum_{n=1}^{\infty} U_{\max n} \cdot \sin(n\omega t + \psi_n) + \left[\sum_{n=1}^{\infty} U_{\max n} \cdot \sin(n\omega t + \psi_n) \right] \cdot \left[\sum_{m=1}^{\infty} I_{\max m} \cdot \sin(m\omega t + \psi_m) \right] \right\} dt \quad (6)$$

Integrace tohoto složitěho výrazu je poměrně komplikovaná, pokud nevyužijeme znalostí trigonometrických součtových vztahů pro ortogonální trigonometrické funkce. Pomocí nich lze člen v hranaté závorce rozepsat následovně:

$$\begin{aligned} \int_0^T \sin m\omega t \cdot \sin n\omega t \cdot dt &= T/2 \quad \text{pro } m=n, & \int_0^T \sin m\omega t \cdot \sin n\omega t \cdot dt &= 0 \quad \text{pro } m \neq n \\ \int_0^T \sin m\omega t \cdot \cos n\omega t \cdot dt &= 0 \quad \text{pro } m=n, & \int_0^T \cos m\omega t \cdot \sin n\omega t \cdot dt &= 0 \quad \text{pro } m \neq n \\ \int_0^T \cos m\omega t \cdot \cos n\omega t \cdot dt &= T/2 \quad \text{pro } m=n, & \int_0^T \cos m\omega t \cdot \cos n\omega t \cdot dt &= 0 \quad \text{pro } m \neq n \end{aligned}$$

Dále víme, že fázový posuv φ_n mezi jednotlivými harmonickými složkami napětí a proudu je stejného řádu, a proto platí:

$$\varphi_n = \psi_m - \psi_n \quad (7)$$

Činný výkon neharmonických průběhů proudu a napětí můžeme vyjádřit následovně. První člen rovnice bude vyjadřovat integrální podobu, prostřední členu je vztažen k amplitudám jednotlivých harmonických složek a v posledním členu je definice činného výkonu určena pomocí efektivních hodnot.

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot i(t) dt = I_{ss} \cdot U_{ss} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} U_{\max n} \cdot I_{\max n} \cdot \cos \varphi_n = I_{ss} \cdot U_{ss} + \sum_{n=1}^{\infty} U_n \cdot I_n \cdot \cos \varphi_n \quad (8)$$

Činný výkon mohou vytvářet jen harmonické složky napětí a proudu téhož řádu. Činný výkon odchází z elektrické soustavy a mění se na jinou formu energie (např. na teplo, světlo, mechanickou energii).

V ideálním případě, kdy síťovou soustavu zatěžujeme lineární zátěží odporem R nebo lineární impedancí \mathbf{Z} , můžeme uplatnit Ohmův zákon. Pro zjednodušení naší představy si

ukážme další odvození na reálném odporu R . Potom v předchozí rovnici (8) můžeme nahradit $I_{ss}=U_{ss}/R$ a $I_n=U_n/R$. Současně také platí, že $\cos\varphi = 1$, protože $\varphi = 0^\circ$. Z představy lineární impedance připojené na obecné periodické napětí byla v historii odvozena definice efektivní hodnoty napětí a proudu. V anglicky psané literatuře označovaná indexem **RMS, Root Mean Square** (odmocnina průměrné plochy).

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T R \cdot i^2(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{u^2(t)}{R} dt = R \cdot I_{ef}^2 = \frac{U_{ef}^2}{R} \quad (9)$$

Tato rovnice definuje efektivní hodnotu napětí a proudu, kterou je možné vyjádřit jednak v integrálním tvaru ale také jako součet jednotlivých harmonických složek. Harmonické složky mohou být dány svými amplitudami nebo stejně jako v předchozím případě efektivními hodnotami. Ze stejné definice efektivní hodnoty získáme nám známý přepočít mezi efektivní hodnotou a amplitudou harmonického signálu

$$U_{max} = \sqrt{2} U_{ef}. \quad (10)$$

$$U_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt} = \sqrt{U_{ss}^2 + \sum_{n=1}^{\infty} U_n^2} \quad (11)$$

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt} = \sqrt{I_{ss}^2 + \sum_{n=1}^{\infty} I_n^2} \quad (12)$$

Uvedené rovnice jsou univerzální a představují výpočet efektivních hodnot napětí a proudu pro obecný tvar harmonického průběhu. Původní myšlenka zavést srovnávací parametry - efektivní hodnoty, které mají vztah k činnému výkonu, byla vázána na lineární impedanci.

Jestliže jsou lineární impedance, sestavené s klasických R-L-C prvků jejich paralelní nebo sériovou kombinací, napájeny harmonickým napětím (sinusový případně kosinusový průběh), bude odezva proudu také harmonická se stejnou frekvencí ale pouze může docházet k fázovému posuvu mezi napětím a proudem. Potom pro výpočet výkonu platí známé vztahy s klasické elektrotechniky.

V případě nelineární impedance je vazba efektivních hodnot na výkon zavádějící. Jednoznačně lze činný výkon určit jedině pomocí základní definice (1).

V technické praxi se setkáváme s většinou s tím, že spotřebič představující nelineární zátěž je napájen harmonickým napětím. Tato nelinearita způsobí zkreslení tvaru fázového proudu. V dalším textu se zaměříme na definici tohoto tvarového zkreslení.

Neharmonické napájení je samozřejmě také v praxi možné a vzniká na reálných zdrojích (transformátorech, na vedení) vlivem právě nelineárních spotřebičů.

Obecně můžeme uvažovat o vícefázové soustavě na kterou je zapojen nelineární a nesymetrický spotřebič. Výsledný činný výkon se pak rovná součtu jednotlivých činných výkonů v každé fázi. Z důvodu přehlednosti a srozumitelnosti se omezíme v dalším textu na definici harmonického zkreslení pouze v jedné z nich.

Podržíme se původní definice pro efektivní hodnoty napětí a proudu (11),(12) a pomocí ní vyjádříme zdánlivý výkon tak jak je v technické praxi obvyklé.

$$S = U_{ef} \cdot I_{ef} \quad (13)$$

Stanovením zdánlivého (fiktivního) výkonu můžeme definovat účinník λ (**Power Factor**) jako poměr činného k zdánlivému výkonu.

$$\lambda = \frac{P}{S} = \frac{\frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot i(t) dt}{U_{ef} \cdot I_{ef}} = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} U_n \cdot I_n \cdot \cos \varphi_n}{\sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} U_n^2 \cdot I_n^2}} \quad (14)$$

V posledním členu je možné v čitateli i jmenovateli nahradit efektivní hodnoty amplitudami. Je zřejmé, že v obvodech s neharmonickými průběhy proudu a napětí nemá účinník význam cosinu úhlu fázového posuvu mezi nimi. Můžeme si pro představu nahradit jednotlivé průběhy jakýmsi ekvivalentními sinusovými průběhy se stejnými efektivními hodnotami, které budou mít fázový posuv $\cos \varphi_{ekv} = \lambda$, ale tato představa platí jedině tehdy, jestliže průběhy proudu a napětí neobsahují stejnosměrnou složku ($U_{ss} = 0 = I_{ss}$). Pokusme se pomocí předchozích výrazů (8), (11,12) zpřesnit definici zdánlivého výkonu. Uvažujme o tom, že harmonické napětí dodané z napájecí sítě nemá stejnosměrnou složku U_{ss} , kdežto u proudu vlivem nelinearity zátěže ji můžeme předpokládat.

$$S^2 = U_{ef}^2 I_1^2 + U_{ef}^2 \left(I_{ss}^2 + \sum_{n=2}^{\infty} I_n^2 \right) = S_1^2 + P_{def}^2 = P^2 + Q_1^2 + P_{def}^2 \quad (15)$$

Uvedený výraz předpokládá, že celkový zdánlivý výkon je možné rozložit na zdánlivý výkon první harmonické složky proudu S_1 a na tzv. deformační výkon P_{def} . Dále můžeme předpokládat, že zdánlivý výkon S_1 lze dále rozdělit na činný výkon P a jeho jalovou složku Q_1 .

V literatuře se velice často setkáváme s následujícími definicemi zdánlivého výkonu S a jalového výkonu Q .

$$S = \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} U_n^2 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} I_n^2} \quad Q = \sum_{n=1}^{\infty} U_n I_n \sin \varphi_n \quad (16, 17)$$

$$\text{Potom ale platí následující nerovnost:} \quad S^2 \geq P^2 + Q^2 \quad (18)$$

$$\text{Rozdíl je právě deformační výkon.} \quad P_{def}^2 = S^2 - P^2 - Q^2 \quad (19)$$

Zdánlivý výkon je tedy možné si geometricky představit jako prostorovou úhlopříčku kváдру o hranách P , Q a P_{def} . To však není jeho fyzikální význam.

Kdybychom vyšli z původních definic (4,5,6) došli bychom k výrazu, který definuje deformační výkon tak, jak bývá velmi často uváděno v literatuře.

$$P_{def}^2 = \sum_m \sum_n [U_m^2 I_n^2 + U_n^2 I_m^2 - 2U_m I_m U_n I_n \cos(\psi_m - \psi_n)] \quad (20)$$

Tento výraz je poměrně komplikovaný, proto hledejme případ, kdy bude deformační výkon nulový.

$$\frac{U_m I_n}{U_n I_m} + \frac{U_n I_m}{U_m I_n} = 2 \cos(\psi_m - \psi_n) \Rightarrow \psi_m = \psi_n \Rightarrow \frac{U_m}{I_m} = \frac{U_n}{I_n} \quad (21)$$

Deformační výkon je nulový pouze v případě odporové zátěže. V tomto případě jsou průběhy proudu a napětí si navzájem podobné.

Definovat schopnost využití energie u neharmonických průběhů proudu a napětí pomocí jednotlivých složek výkonů je příliš komplikované, a proto se používají kvantifikované ukazatele. Nejdůležitějším je účinník λ (**Power Factor**), (14). Důležitost tohoto ukazatele pro praxi dokládá rozmanitost jeho vyjádření.

Odlišnou formulaci účinníku se stejným výsledkem a fyzikálním významem můžeme najít v některých zahraničních pramenech. Tato definice vychází z předpokladu, že vstupní napětí je „tvrdé“ harmonické, což je ve většině případů reálné.

$$\lambda = \frac{U_{ef} I_1 \cdot \cos \varphi_1}{I_{ef} U_{ef}} = \frac{I_1}{I_{ef}} \cos \varphi_1 = g_I \cdot \cos \varphi_1 \quad g_I = \frac{I_1}{I_{ef}} \quad (22, 23)$$

Činitel deformace g_I proudu (někdy také označován k_d), který jsme takto definovali bude nabývat hodnoty 1 pro čistě harmonický průběh a pro ostatní bude v intervalu mezi 0 a 1.

Fázový posuv $\cos \varphi_1$ mezi napájecím napětím a první harmonickou složkou proudu bývá v anglické literatuře označován jako **Displacement factor** (činitel posunutí). Lze ho definovat jako poměr činného výkonu 1. harmonických složek napětí a proudu k zdánlivému výkonu těchto složek.

$$\cos \varphi_1 = \frac{P_1}{S_1} = \frac{P_1}{U_1 \cdot I_1} \quad (24)$$

Potom pro harmonické napětí platí:

$$P_1 = U_{ef} I_1 \cdot \cos \varphi_1, \quad Q_1 = U_{ef} I_1 \cdot \sin \varphi_1, \quad S_1 = U_{ef} I_1, \quad S = U_{ef} \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} I_n^2} \quad (25 - 28)$$

V případě, že napětí a proud obsahují pouze základní frekvenci (harmonický proud), je účinník $\cos \varphi_1$ totožný s účinníkem λ a s klasickým účinníkem $\cos \varphi$.

Pomocí parametru g_I (22, 23) nazývaného **Fundamental-frequency Content** (poměrný obsah základní harmonické složky) je definován **Distortion factor** (činitel zkreslení).

$$k_I = \sqrt{1 - g_I^2} \quad (29)$$

Většina konstruktérů a vývojářů je zvyklá používat pojem činitel zkreslení fázového proudu, který lze definovat dvěma způsoby.

$$k_{zef} = \frac{\sqrt{I_{ss}^2 + \sum_{n=2}^{\infty} I_n^2}}{I_{ef}} = \frac{\sqrt{I_{ef}^2 - I_1^2}}{I_{ef}} = \sqrt{1 - \frac{I_1^2}{I_{ef}^2}} = \sqrt{1 - g_I^2} \quad (30)$$

$$k_{z1} = \frac{\sqrt{I_{ss}^2 + \sum_{n=2}^{\infty} I_n^2}}{I_1} = \frac{\sqrt{I_{ef}^2 - I_1^2}}{I_1} = \sqrt{\frac{I_{ef}^2}{I_1^2} - 1} = \sqrt{\frac{1}{g_I^2} - 1} \quad (31)$$

Porovnáme-li vztahy (22, 23) a (29), můžeme hned napsat rovnici pro převod koeficientů k_I a k_{zI} .

$$k_{zef} = k_{z1} \cdot g_I \quad (32)$$

Je zřejmé, že efektivní hodnota celkového průběhu bude větší než efektivní hodnota první harmonické složky, $I_{ef} \geq I_1$, proto musí platit i to, že činitel harmonického zkreslení vztažený k první harmonické složce bude větší, $k_{z1} \geq k_{zef}$. Oba vztahy (30), (31) popisují jeden a týž jev, kterým je kvalifikace harmonického zkreslení, ale přitom neposkytují stejný výsledek.

Americká a francouzská literatura definuje harmonické zkreslení poměrně jednoduchým způsobem, který vychází z předpokladu, že největší zkreslení způsobují velké a časově strmé průběhy. Je to zejména případ usměrňovačů s vyhlazovacím kondenzátorem. Dalším předpokladem, o kterém bylo pravděpodobně uvažováno, je i to, že na přenosu energie se podílí především plocha pod křivkou $i(t) = f(t)$. Potom definují harmonické zkreslení pomocí parametru nazývaného **Crest Factor** (vrcholový činitel). Je určen jako poměr špičkové hodnoty proudu I_{max} odebíraného ze sítě k jeho efektivní hodnotě. Tento popis nevystihuje tvar průběhu proudu.

$$CF = \frac{I_{max}}{I_{ef}} \quad (33)$$

Je zřejmé, že pro harmonický proud je *Crest factor* roven $\sqrt{2}$. Je to pro neznalé trochu zavádějící, protože podle výše uvedené definice platí, že proud je neharmonický jestliže $CF > \sqrt{2}$.

Hlavní výhodou této definice je to, že vrcholový činitel je snadno měřitelný a vyčíslitelný, například pomocí osciloskopu, třebaže neposkytuje přesný popis harmonického zkreslení.

Až doposud jsme předpokládali, že nelineární impedance je napájena harmonickým napětím. Všechny výše uvedené vztahy popisovaly harmonické zkreslení proudu za předpokladu, že síťové napětí je harmonické. V praxi se naopak stává, že se napájecí napětí vlivem neharmonického proudu zkresluje. Parametr, který toto zkreslení definuje se nazývá **Činitel harmonického zkreslení, Total Harmonic Distortion (THD)**, bývá dáván často do souvislosti s proudem, což může být zavádějící. Tento parametr popisuje pouze charakter zkreslení napětí bez ohledu na odebíraný proud a je přesně stanoven normou. Pro harmonické, nezkreslené průběhy je činitel harmonického zkreslení roven nule.

$$THD = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{50} U_n^2}}{U_1} = \frac{\sqrt{U_{ef}^2 - U_1^2}}{U_1} = \sqrt{\frac{U_{ef}^2}{U_1^2} - 1} = \sqrt{\sum_{n=2}^{50} u_n^2} \quad u_n = \frac{U_n}{U_1} \quad (34)$$

Při praktickém výpočtu zkreslení předpokládáme, že harmonické složky vyšších řádů pro $n \geq 40+50$ lze zanedbat. Dokonce některé typy provozních analyzátorů počítají harmonickou analýzu pouze do 25. harmonické složky. Všimněme si, že ve jmenovateli je uvedena efektivní hodnota samotné 1. harmonické složky. V analogických rovnicích (24) a (29) se ve jmenovateli vyskytuje jak celková efektivní hodnota, tak i efektivní hodnota 1. harmonického proudu. Obě definice jsou možné a vzájemně přepočítatelné. Mezinárodní norma dává přednost pesimistické rovnici (29), která vychází číselně větší. V rovnici definující THD není uvedena stejnosměrná složka, která by se za normálních okolností neměla v síti objevit. Fázový proud může však stejnosměrnou složku obsahovat (jednocestný usměrňovač).

3. Měření a výpočet výkonu v soustavě s neharmonickým průběhem proudu a napětí

Efektivní hodnoty napětí a proudů neharmonických periodických průběhů nelze správně měřit běžně používanými měřicími přístroji, založenými například na magnetoelektrickém, ferromagnetickém nebo elektromagnetickém principu. Výjimkou jsou pouze přístroje, které měří na tepelném principu.

Přístroje, určené k měření neharmonických průběhů proudů, napětí a výkonů jsou od různých výrobců, měří pomocí rozdílných principů. V následujícím textu se pokusíme objasnit základní vlastnosti těchto přístrojů. Nejčastěji používanými přístroji jsou ty, které dokážou popsat zkreslené signály pomocí spektra harmonických složek.

Prvním a nejstarším typem přístrojů, používaných pro měření harmonického zkreslení byly selektivní voltmetry. Tento přístroj je na vstupu vybaven laditelnou propustí a výsledky měření jsou ve formě obalové křivky vrcholových hodnot amplitud v závislosti na frekvenci.

Spokojíme-li se s menší přesností lze použít digitální osciloskop s komunikací. Získané průběhy v čase lze potom pomocí Fourierovy řady převést do kmitočtové oblasti.

V současné době nejčastěji používanými přístroji jsou spektrální analyzátoři, které udávají diskrétní spektrum amplitud případně efektivních hodnot jednotlivých harmonických složek.

Při číslicovém zpracování signálů je analogový signál převeden do diskrétní formy pomocí vzorkování signálu, kódování a kvantování. Vzorkujeme s konstantní vzorkovací periodou Δt (vzorkovací frekvencí f_s).

Pro výpočet FT byla vypracována celá řada metod. Je-li zkoumaný signál ve formě číselné posloupnosti je možné ke stanovení spektra použít diskrétní FT. V našem případě uvažujeme, že funkce je periodická s periodou $T = N \cdot \Delta t_s$. Potom je spektrum diskrétní s odstupem frekvenčních složek $\Delta f = 1/T = 1/(N \cdot \Delta t_s)$ a s periodou vzorkovací frekvence f_s , která musí být podstatně vyšší (5x až 10x) než půl perioda zkoumaného průběhu.

Diskrétní FT představuje transformaci konečné posloupnosti reálných čísel na posloupnost obecně komplexních čísel a pro obecnou funkci $x(t)$, kterou může být průběh napětí nebo proudu. DFT udává vztah mezi N vzorky $x(n)$ v časové oblasti a N složkami $X(k)$ ve frekvenční oblasti.

x_i je posloupnost N reálných čísel

$$x_k = \sum_{i=1}^{N-1} x_i \cdot e^{-j i k \frac{2\pi}{N}}$$

x_k je posloupnost N komplexních čísel

(35)

$$k = 0, 1, \dots, N-1$$

Z definičního vztahu vyplývá, že je nutno provést N^2 komplexních násobení a N^2 komplexních sčítání, což vyžaduje značný výpočetní čas.

Obecně mohou být obě řady (časové a odpovídající frekvenční složky) komplexní. Prakticky jsou časové vzorky $x(n)$ reálné a pak platí $x_k = x_{n-k}$, kde x_{n-k} značí číslo komplexně sdružené a potom stačí spektrum určit do poloviny vzorkovací frekvence.

Složky spektra $X(k) = a_k + jb_k$ jsou komplexní a spektrum je možno pro každou diskrétní složku o frekvenci $f_k = k \cdot \Delta f$ určit jako reálnou a_k a imaginární b_k část nebo jako absolutní hodnotu (magnitudu) $|x_k| = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$ a fázi $\varphi_k = \arctg \frac{b_k}{a_k}$. (36, 37)

Některé analyzátory výkonu určují pouze magnitudy složek spektra.

Pro výpočty se nejčastěji v současné době používají algoritmy rychlé FT (Fast FT), které byly vyvinuty v roce 1965 na základě požadavku co nejvíce zkrátit výpočetní čas. Díky tomuto algoritmu se FFT nejrozšířenějším prostředkem pro numerický výpočet FT a pro numerickou harmonickou analýzu. Tato metoda vychází z následujícího předpokladu. Máme-li číselnou posloupnost, která obsahuje $N = 2^m$ členů, potom pomocí algoritmu FFT musíme provést pouze $\frac{mN^k}{2}$ komplexních násobení a Nm komplexních sčítání. Takže celkový počet operací je redukován z $2N^2$ na $2N \log_2 N$. Tím se značně zrychlí výpočet ale pouze za podmínky, že počet hodnot vzorků N je roven celočíselné mocnině dvou (nejčastěji se $N = 128, 256, 512, 1024$ a 2048).

Z uvedeného vyplývá, že přesné měřicí systémy musí pracovat s dostatečně velkým počtem vzorků, s výkonným a rychlým výpočetním systémem. Vlastnosti těchto měřidel jsou především určeny rychlostí a přesností A/D převodníků ale také velikostí paměti do kterých se ukládají naměřené vzorky a potom rychlostí a výkonem samotného procesoru. V dnešní době se zde využívají zejména signálové procesory. Moderní přístroje umožňují zpracování v reálném čase.

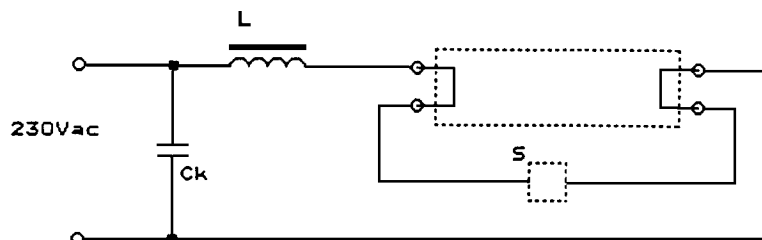
Známe-li amplitudové a fázové spektrum zkoumaného signálu lze potom určit i další parametry harmonického zkreslení (účinník, činitel harmonického zkreslení a další).

4. Praktický příklad

Až doposud jsme se věnovali teoretickému rozboru. Pokusme se nyní konkrétním příkladem podívat na to jak konkrétní údaje harmonického zkreslení, které získáme měřením, si můžeme vysvětlit a jakou mají vypovídací hodnotu. Hlavním příčinou vzniku harmonického zkreslení jsou nelinearity a to především nelinearity zátěže, které nejčastěji jsou způsobovány feromagnetickými obvody elektrických strojů. U feromagnetických materiálů je to především nelineární závislost magnetické indukce B na intenzitě magnetického pole H . Dalším zdrojem harmonického zkreslení síťového napětí a proudu jsou nízkotlaké a vysokotlaké výboje, které se využívají ve světelných zdrojích.

Jako příklad použijme známé zářivkové těleso s elektromagnetickým předřadníkem a kompenzačním kondenzátorem. Naš zájem nejdříve soustředíme na samotný výboj, kde harmonické zkreslení vzniká a potom se podíváme na vstupní svorky kde se projeví vliv této nelinearity v napájecí soustavě.

Zářivková trubice je nejčastěji provozována ve střídavém režimu v sériovém zapojení s indukčním předřadníkem (tlumivkou, obr.1.). Prvotní zapálení výboje (po připojení síťového napětí) zajišťuje vysokonapěťový impuls vyvolaný doutnavkovým zapalovačem (startérem) připojeným paralelně k zářivce. V ustáleném provozu, při změně polarity síťového napětí, zajišťuje zapálení výboje v každé půlperiodě napětí indukované na předřadníku.



Obr.1 Standardní zapojení zářivky s tlumivkou a kompenzačním kondenzátorem

Průběh okamžitého příkonu samotného zářivkového výboje jsme získali vynásobením okamžitých hodnot napětí a proudů z průběhů, které byly naměřeny v běžném provozním stavu (obr. 2, 3 a 4). Proud byl převeden na napětí pomocí bočnicku ($R = 2\Omega$), který byl zařazen do série mezi tlumivku a žhavicí vlákno trubice. Kompenzační kondenzátor a startér byly v průběhu měření odpojeny i když nemají vliv na jeho výsledek.

Měření příkonu bylo provedeno na trubici Philips – TLD 36W/33 s předřadníkem Tridonic EC40 A54. K zapálení výboje ve výše uvedené trubici dochází zhruba při napětí 290V. Výboj se snaží udržet si konstantní napětí. Vnitřní odpor výboje je přibližně 103Ω a je záporný a chová se jako stabilizátor napětí. Snížením proudu pod limitní hodnotu asi 12 mA dochází k zániku výboje. Při změně polarity vstupního napětí dochází k opětovnému zapálení výboje a celý děj se opakuje.

Harmonická deformace proudu tekoucího výbojem je způsobena indukčností předřadníku. Zhruba jednu pětinu periody je výboj zhasnutý. Průběhy proudu a napětí jsou ve fázi, z toho vyplývá, že křivka příkonu dosahuje nulové hodnoty dvakrát během periody. Výboj je mírně nesymetrický pro každou polaritu napětí a tento jev vynikne zejména na výkonové křivce, která dosahuje dvou rozdílných maxim v jedné periodě.

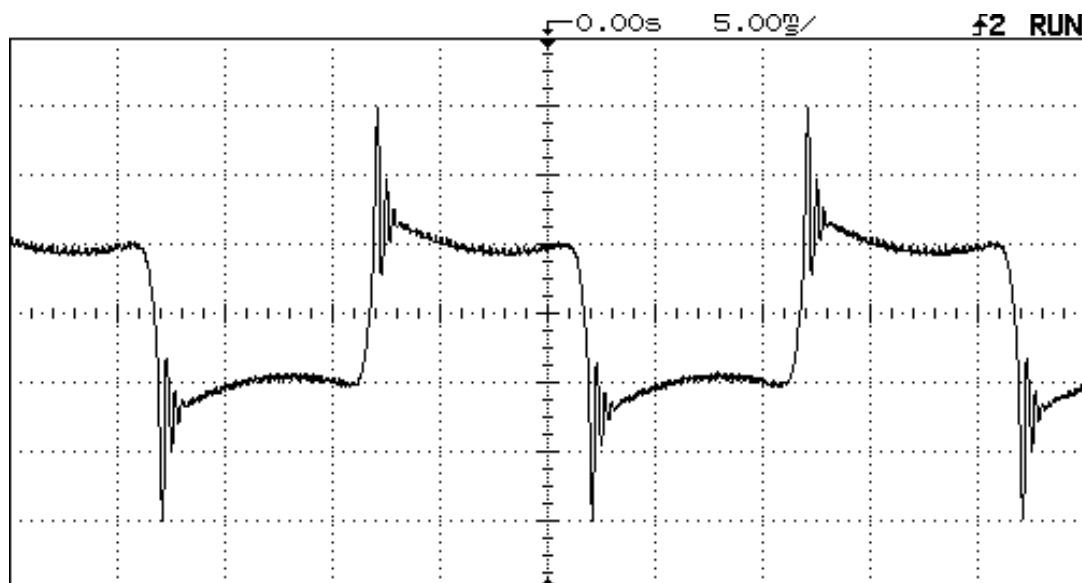
Až doposud jsme se zabývali popisem chování výboje. Proto se nejdříve se soustředíme na příkon, kterým je napájena trubice. Zobrazené průběhy sice dobře vystihují fyzikální podstatu ale pomocí nich nejsme schopni číselně definovat využití elektrické energie. Například z plochy výkonové křivky (obr. 4) jsme schopni pouze určit průměrný činný výkon, ale už nejsme schopni definovat zdánlivý a jalový.

Rozhodující vliv na příkon výboje má magnetický předřadník. Porovnávali jsme typově stejné předřadníky od různých výrobců.

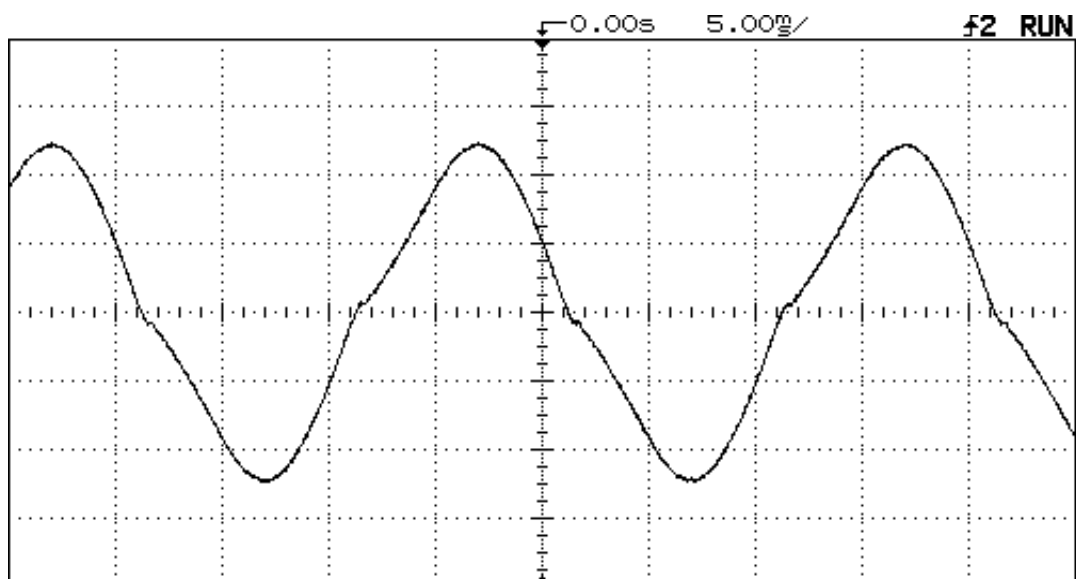
Měření bylo prováděno bez kompenzace na harmonickém analyzátoru. Výsledky jsou shrnuty v následující tabulce. Je vidět, že si tyto skutečnosti výrobci uvědomují a proto jsou výsledky srovnatelné. Detailnější rozbor není asi nutný a uvedená data jsou pro každého srozumitelná. Tabulka 1. udává efektivní hodnoty napětí, proudu a ostatních veličin zářivkového výboje při ustáleném provozu.

Tento příklad je poněkud netradiční v tom, že většinou předpokládáme napájení spotřebiče z pokud možno ideálního zdroje napětí, ale u výboje je tomu naopak. V uvedené tabulce je vidět výrazné zkreslení napájecího napětí a magnetický předřadník se chová jako zdroj harmonického proudu, s minimálním zkreslením, které je způsobeno především jeho vlastním feromagnetickým obvodem.

Na závěr je ještě nutno uvést, že vstupní činný příkon tělesa byl přibližně stejný a to 38W +- 0,5 W



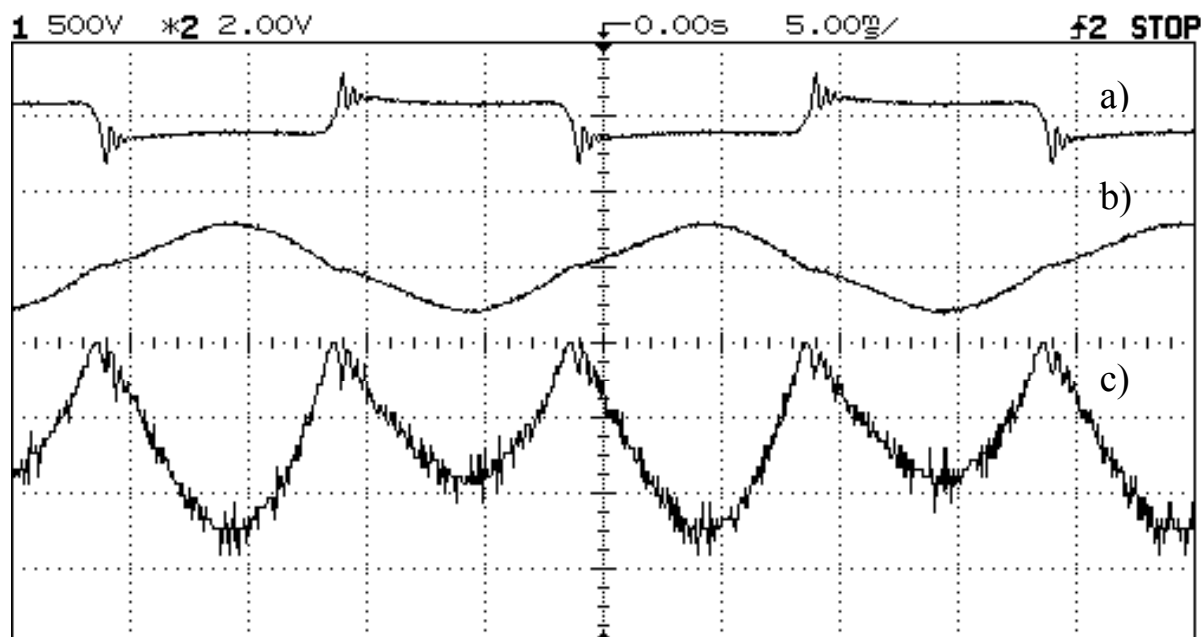
Obr. 2. Průběh napětí na zářivkovém výboji (trubici), měřítko 100 V/dílek



Obr. 3 Průběh proudu tekoucího zářivkovým výbojem. $I_{ef} = 376 \text{ mA}$, $I_{max} = 523 \text{ mA}$

Nyní se podívejme jaké hodnoty jednotlivých parametrů naměříme na vstupních svorkách celého svítidla, které je kompletně zapojeno s magnetickým předradníkem a s kompenzačním kondenzátorem. Přehled všech naměřených veličin pro různé hodnoty kompenzačních kondenzátorů je v následující tabulce 2. Svítidlo je napájeno z jednofázové střídavé soustavy, která je poměrně tvrdá a proto harmonické zkreslení není uváděno. Z uvedených dat vyplývá, že při optimální hodnotě kompenzačního kondenzátoru ($4,5\mu\text{F}$) je činitel výkonu λ maximální ale nedosahuje hodnoty 1 ideální kompenzace přitom fázový posuv $\cos \varphi_l$ (25) mezi napájecím napětím a první harmonickou složkou proudu není ještě vyrovnán.

Zvyšováním hodnoty kompenzačního kondenzátoru sice zmenšujeme tento fázový posuv ale spolu s dalšími parazitními vlivy se tento obvodový prvek podílí na deformaci proudu, jak je možné vidět z časových průběhů proudů na obrázku 5.



Obr. 4 Průběh okamžitého příkonu zářivkové trubice (invertován, křivka c), napětí a), proud b)), průměrný příkon $P = 32\text{W}$

	Tlumivka			
	Helvar	Philips	Vossloh Schwabe	Tridonic
$U_{ef} [\text{V}]$	108,38	107,01	107,18	109,98
$I_{ef} [\text{A}]$	0,3766	0,4004	0,3915	0,3555
$S [\text{VA}]$	40,75	42,80	41,90	39,04
$Q [\text{Var}]$	25,18	26,60	25,87	23,96
$P [\text{W}]$	32,04	33,53	32,96	30,82
$\lambda [1]$	0,786	0,783	0,786	0,789
THD V [%]	62,68	63,16	62,60	61,52
THD A [%]	11,39	11,29	11,34	11,65

Tab. 1. Porovnání parametrů vstupní energie zářivkového výboje s různými tlumivkami bez kompenzace

Činitel výkonu λ bude v praxi vždy menší než $\cos \varphi_l$ protože případ, kdy je proud a napětí čistě harmonický je ve skutečnosti nereálný. Převedeme-li čísla z tabulky do grafické podoby získáme komplexní pohled na fyzikální podstatu problému.

Na obrázku 6 je vidět že i když efektivní hodnota proudu dosahuje minima není ještě vykompenzován fázový posuv mezi první harmonickou složkou proudu a napětím. Z hlediska účinnosti elektrického zařízení je rozhodující nejen minimální efektivní hodnota proudu ale také vzájemný vztah průběhu proudu a napětí.

Síťové napětí : $U \approx 219 \text{ V}$

kondenzátor [μF]	0	2	3	4,5	5	7
I [A]	0,362	0,254	0,210	0,189	0,199	0,249
S [VA]	78,90	54,77	45,79	40,97	41,94	54,76
Q [Var]	68,68	38,83	24,20	12,79	17,38	38,78
P [W]	38,63	38,74	38,88	38,86	38,72	38,82
$\cos \varphi_1$	0,547	0,788	0,85	0,94	0,956	0,97
λ	0,49	0,703	0,849	0,948	0,921	0,712
THD A [%]	11,15	16,2	22,05	31,71	33,3	35,18
CF	1,563	1,517	1,463	1,734	1,814	1,683

kondenzátor [μF]	8	9	12	14	16
I [A]	0,313	0,357	0,565	0,673	0,782
S [VA]	68,46	77,71	121,68	146,32	170,95
Q [Var]	56,33	67,49	115,44	140,76	166,41
P [W]	38,97	38,95	38,36	38,90	39,25
$\cos \varphi_1$	0,53	-	-	-	-
λ	0,572	0,501	0,314	0,266	0,229
THD A [%]	32,57	29,85	24,02	24,35	25,68
CF	1,601	1,585	1,487	1,459	1,465

Tab. 2. Vstupní parametry zářivkového svítidla

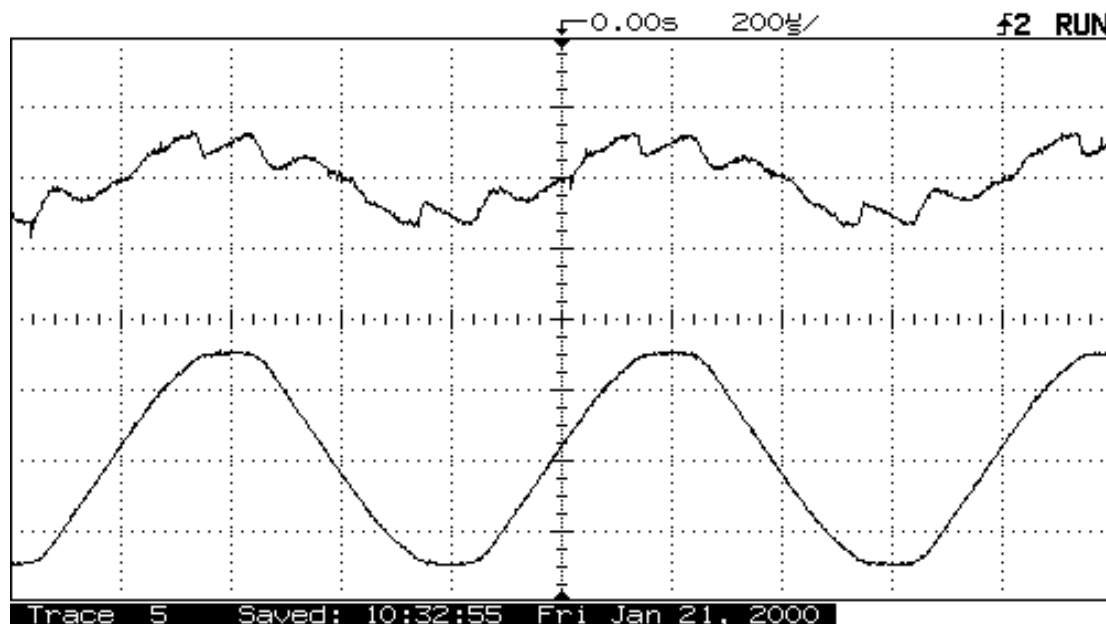
Tyto souvislosti jsou zřetelněji vidět na následujícím obrázku 7, který dokladuje jaký je rozdílný fyzikální význam klasického účinníku $\cos \varphi$ a činitele výkonu λ . Klasický účinník je vztažen pouze na harmonické průběhy a proto jej je možné považovat pouze za teoretický případ ke kterému se více či méně přibližujeme.

Zvětšováním kapacity kompenzačního kondenzátoru se také zvyšují impedance parazitních prvků obvodu, spolu s parazitními prvky napájecí sítě a nelinearitou výboje se zvětšuje harmonická deformace vstupního proudu. Maximální deformace průběhu proudu je právě v okamžiku, kdy je nulový fázový posuv mezi napětím a první harmonickou složkou proudu to znamená že obvod je rezonanci na 50Hz. Až do tohoto okamžiku převládá induktivní charakter zátěže (zářivkového svítidla) a dalším zvětšováním hodnoty kondenzátoru se dostáváme do oblasti kapacitní zátěže a harmonické zkreslení proudu se snižuje. Všechny ty jevy jsou patrné z obrázku 8.

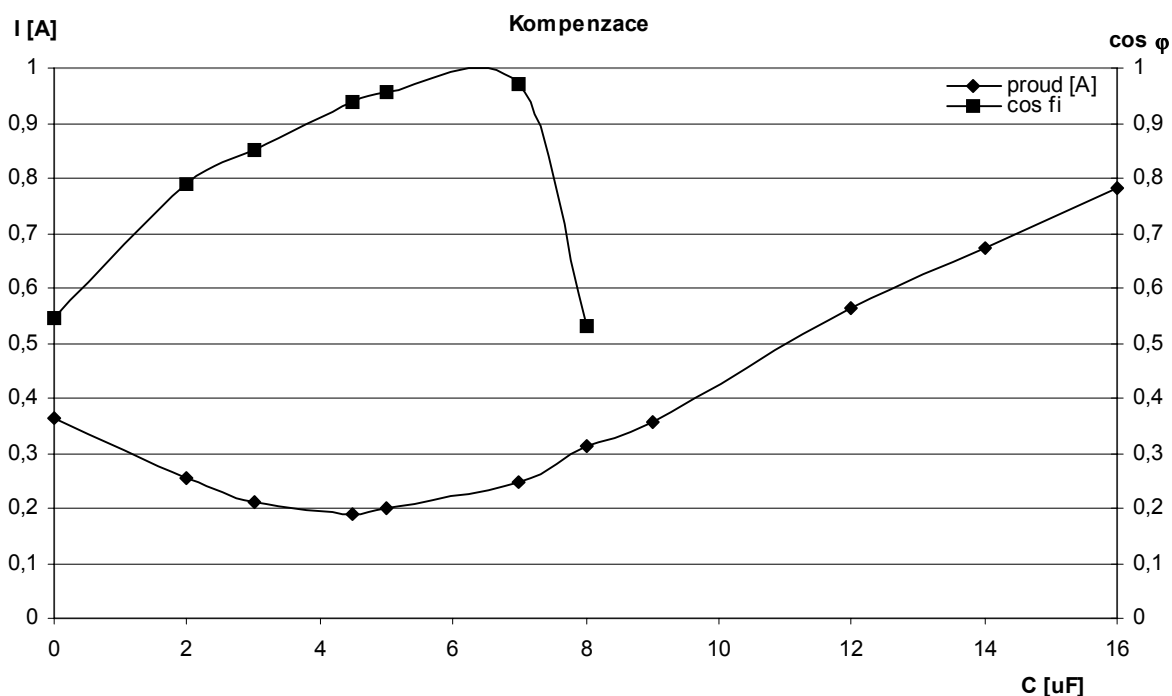
Pozornému čtenáři jistě neunikne ještě jedna skutečnost, která jakoby zdánlivě nesouvisí s uvedenou problematikou. V tabulce 1. je uváděn i činitel výkonu $\lambda \approx 0,78$ který byl naměřen na trubici. V tomto případě je však značně deformované napětí kdežto proud

tekoucí tímto výbojem je zkreslen minimálně. Magnetický předřadník bez kompenzačního kondenzátoru, který je napájen z poměrně kvalitního zdroje harmonického napětí, se chová jako akumulátor elektrické energie a to se projeví tím, že způsobí především fázový posuv proudu.

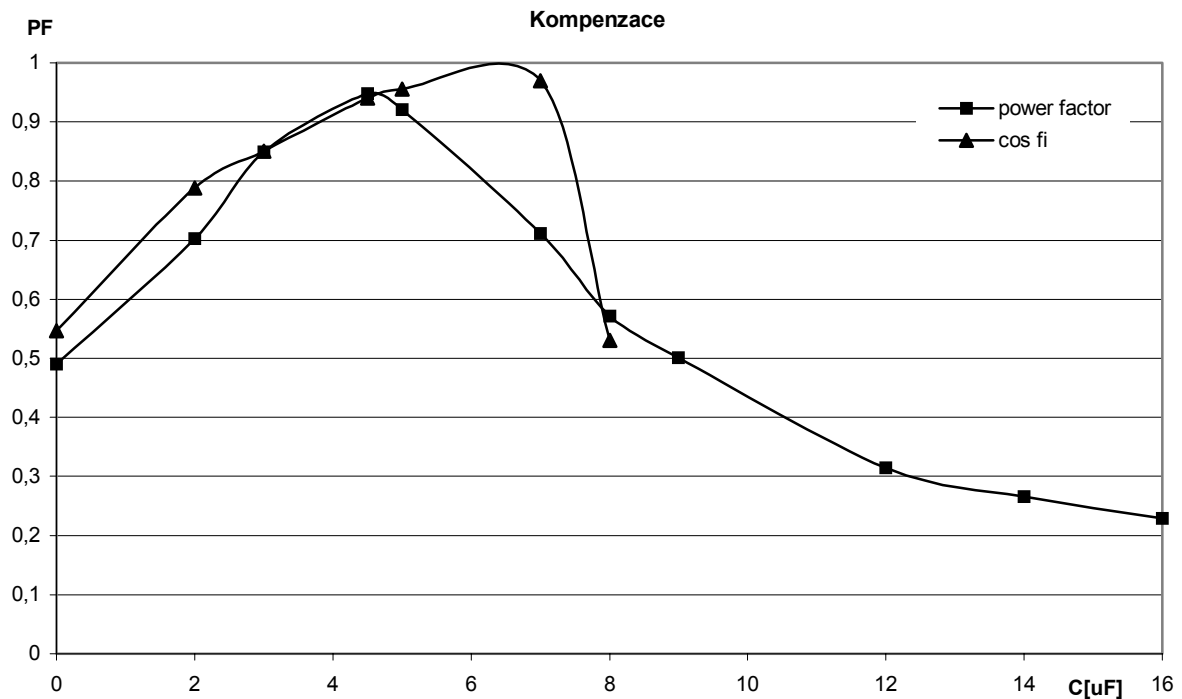
Takže potom činitel výkonu celého tělesa bez kompenzace je nižší, přibližně $\lambda \approx \cos \varphi \approx 0,5$. Z toho plyne, že předřadník se nejen podílí na zhoršení energetické bilance zářivkových svítidel ale navíc zhoršuje i celkový činitel výkonu.



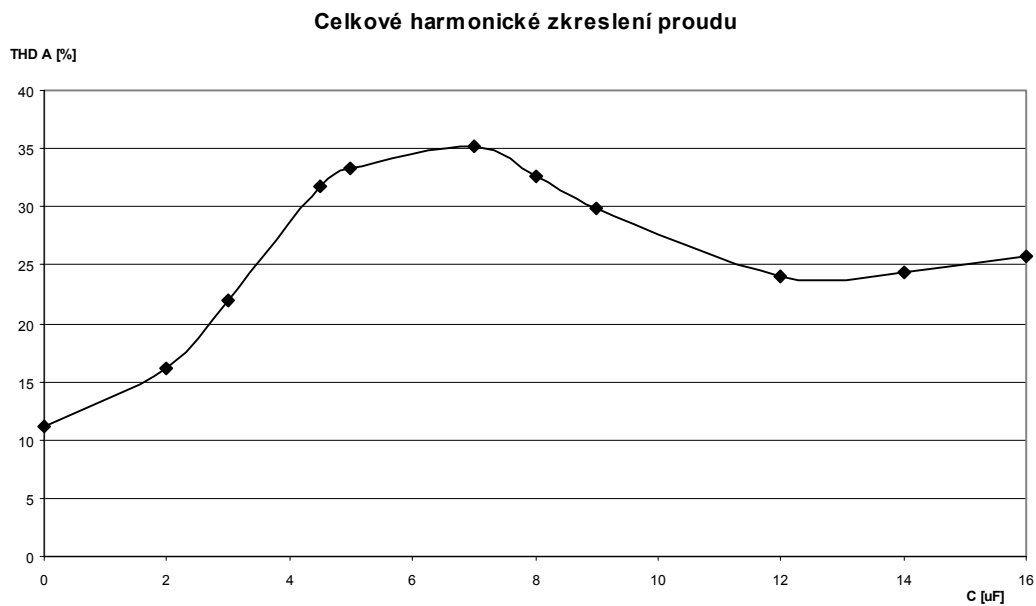
Obr. 5 Průběh odebíraného proudu (nahoře) a síťového napětí (dole) s kompenzačním kondenzátorem $4,5 \mu\text{F}$



Obr. 6 Závislost proudu zářivkového svítidla a fázového posunu $\cos \varphi_I$ na velikosti kompenzačního kondenzátoru



Obr. 7 Průběh účinníku λ a $\cos \varphi$ v závislosti na velikosti kompenzačního kondenzátoru

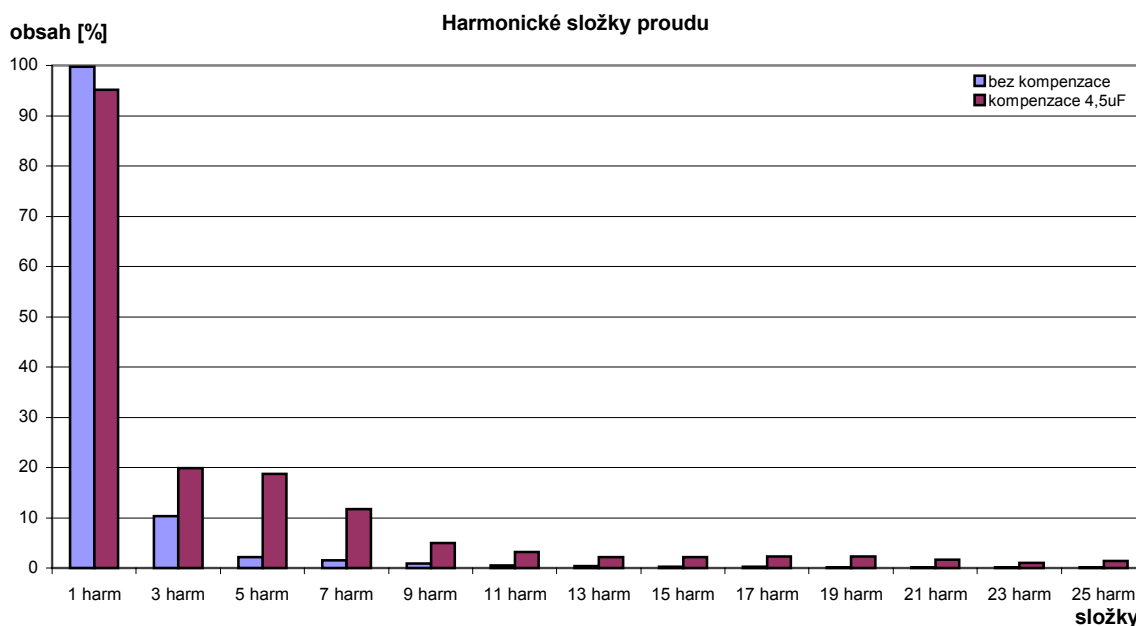


Obr. 8 Celkové harmonické zkreslení proudu při různé velikosti kompenzačního kondenzátoru

Tyto skutečnosti jsou také patrné z poměru amplitud jednotlivých harmonických složek (Obr. 9). Zejména je to patrné z nárůstu amplitudy 3., 5. a 7. harmonické složky.

Závěrem lze konstatovat, že optimální kompenzace výkonu je jedině v tom případě, když je maximální součet okamžitých výkonů (součiny okamžitých hodnot proudu a napětí).

To znamená, že optimální kompenzace nutně nemusí být při minimálním obsahu vyšších harmonických složek proudu a napětí.



Obr. 9 Porovnání harmonických složek odebíraného proudu bez kompenzace a s kompenzací 4,5 μF .

Měření byla prováděna studenty naší fakulty za materiální podpory firmy DNA Nehvizdy. Výsledky uvedené v tomto příspěvku vznikly za přispění Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy v rámci řešení výzkumného záměru J11/98:242200001 a grantu GAČR 102/01/1291.

Literatura:

- [1] Kijonka, J., Skřivánek, L.: Vyjádření činitelů zkreslení z naměřených hodnot, VI. sešit katedry teoretické elektrotechniky, FEI VŠB-TU Ostrava, 14.11.1997
- [2] Wood, P. N.: Electronic Ballasts Using the Coast-Saving IR 2155 Driver, International Rectifier, application notes: AN-995IR, El Segundo, USA, September 1995
- [3] Richter, A., Konečná, E., Rydlo, P.: Harmonic Filters for Supply of Switching Converters, Third Workshop ECMS, Université Paul Sabatier, Toulouse, France, June 2-3 1997, pp. 214-221.
- [4] Siemens: ABC of drives, Siemens Erlangen, 1991
- [5] Patočka, M.: Vybrané stati z výkonové elektrotechniky, Svazek I. a II., PC-DIR s.r.o., Brno, srpen 1995, ISBN 80-214-0665-8
- [6] Vondra, M.: Co je EMC?, časopis ELEKTRO, roč.6, č.5, 1966, str.147-148,
- [7] Hudec, J.: Přepětí a jeho příčiny, časopis ELEKTRO, roč.7, č.4, 1997, str.116-119,
- [8] Korenc, V., Holoubek, J.: Kompenzace jalového výkonu v praxi, vydavatelství IN-EL, spol. s r.o., Praha 1999.
- [9] Čížek, V.: Diskrétní fourierova transformace a její použití, SNTL, 1981
- [10] Richter, A., Rydlo, P., Konečná, E.: Harmonické zkreslení jednofázové sítě, Sborník ze 7. semináře Kvalita energie, Dynamika systémů, KTE, FEI, VŠB-TU Ostrava, 22.4.1998, ISBN 80-7078-554-3, str. 29-33

[11] Heřman, J.a kol.: Fázově a cyklově řízené polovodičové spínače, SNTL, Praha, 1977